

文章编号: 1000-8055(2008)09-1617-06

陶瓷基复合材料高精度宏细观统一本构模型研究

高希光, 宋迎东, 孙志刚

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016)

摘 要: 基于高精度通用单胞模型(HFGMC)建立了陶瓷基复合材料(CMCs)的宏细观统一本构模型. 首先基于 CMCs 的细观结构和损伤特点建立代表体元(RVE)并定义细观损伤变量. 然后采用 HFGMC 模型计算细观损伤变量的演化, 由此获得宏观应力应变曲线, 从而建立了 CMCs 的宏细观统一本构模型. 采用该本构模型预测了 CMCs 的宏观应力应变曲线, 与实验结果吻合良好. 结果表明该本构模型能够模拟 CMCs 的拉伸与损伤行为, 为 CMCs 强度分析提供了有效手段.

关 键 词: 陶瓷基复合材料; 本构模型; 多尺度分析; 损伤

中图分类号: TB33

文献标识码: A

Multi-scale constitutive model for ceramic matrix composite by high fidelity generalized method of cell

GAO Xi-guang, SONG Ying-dong, SUN Zhi-gang

(College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: A multi-scale constitutive model for ceramic matrix composite (CMCs) was presented in this paper by using high-fidelity generalized method of cell (HFGMC). Based on the microstructure and damage characteristics of CMCs, a representation volume element (RVE) and damage variables were defined. Then, the evolution of damage variables was calculated by HFGMC model to obtain the relationship between global stress and global strain. The numerical example shows that the result predicted by the model is consistent with the experimental result, and the model could simulate the global performance and the damage evolution of CMCs exactly, thus providing an effective method for the micro-macro analysis of CMCs.

Key words: ceramic matrix composites; constitutive model; multi-scale analysis; damage

陶瓷材料具有高强度、高熔点、低密度、抗氧化和抗烧蚀性, 是极有前途的航空材料. 但由于固有的脆性, 陶瓷在外载荷作用下极易发生脆性断裂. 连续纤维增强陶瓷是将陶瓷基体与高强度非金属材料相结合而成的新型复合材料. 这种材料

不仅保持了陶瓷优良的高温性能, 而且它的韧性也得到了很大的提高. 但是陶瓷基复合材料在破坏过程中伴随着多种失效模式, 因此难以预测它在破坏过程中的宏观性能变化情况和细观损伤演化情况.

收稿日期: 2007-09-06; 修订日期: 2007-12-23

基金项目: 航空科学基金(05C52013); 973 项目

作者简介: 高希光(1981-), 男, 福建沙县人, 博士生, 主要从事航空宇航推进系统结构、强度与振动的研究.

为了准确地预测陶瓷基复合材料在失效过程中的细观损伤演化规律和宏观性能变化规律,必须从细观层次建立 CMCs 的本构模型. 而传统的复合材料力学多偏重于从宏观的角度对复合材料进行分析. 这种分析方法不仅难以揭示复合材料损伤的真实过程, 而且其参数的物理意义也不明确. 近几年来宏细观结合的分析方法得到了迅猛发展, 已经成为固体力学的重要分支. 该分析方法不仅使得人们能够从细观层次理解复合材料损伤破坏的机理, 而且为复合材料强度分析和复合材料细观结构设计提供了有效的手段.

1991 年, Aboudi^[1] 建立了基于细观力学的单胞模型(MOC, Method of cells). 该模型只能采用有限的几个子胞来模拟复合材料的细观结构. 在 MOC 模型的基础上, Paley 和 Aboudi^[2] 提出了通用单胞模型(GMC, Generalized method of cells). 国内宋迎东等人应用该模型对纤维增强复合材料的宏观性能、随机特性和细观应力场进行了分析^[311]. 1994 年, Wilt 和 Arnold^[12] 编制了基于 GMC 模型的通用计算程序, 使得 GMC 模型成为 NASA 进行复合材料设计分析的重要工具. 1999 年, Aboudi^[13] 在 GMC 模型的基础上建立的高精度通用单胞模型(High fidelity generalized method of cells, HFGMC). 该模型采用了高阶位移模式, 实现细观正应力与细观剪应力的耦合. 2005 年, Yogesh^[14] 在 HFGMC 中添加了应力边界条件与位移边界条件. 实现了带损伤的 HFGMC 模型, 简称 FVDAM 模型(Finite volume direct average micromechanics). 该模型实现了对裂纹的模拟.

本文将 HFGMC 模型与 CMCs 细观损伤模型相结合, 建立了 CMCs 损伤耦合的宏细观统一本构模型. 并利用该模型预测了 SiC/CAS 的应力应变曲线.

1 高精度通用单胞模型

HFGMC 模型是基于连续介质力学理论, 通过满足子胞边界上的位移连续条件和力平衡条件而提出的. 该模型分析的步骤为: 首先根据复合材料的特点提出一个代表体积元; 然后给出子胞内任意点的位移模式; 第三步, 基于平均意义上的子胞内的平衡方程建立子胞边界平均位移与平均力之间的关系; 然后利用子胞边界的平均位移连续条件和平均力平衡条件建立总体方程; 对总体方程求解, 得到位移模式的各项系数; 由位移模式求

出应力场; 最后对应力进行平均, 得到宏观应变与宏观位移之间的关系, 即复合材料的宏观统一本构方程. 基于以上步骤, 我们首先考虑长纤维增强复合材料的横截面, 如图 1 所示. 根据复合材料周期性的特点选取代表体元. 将该代表体元(Representation volume element, RVE) 划分为 $N_B \times N_C$ 个子胞, 如图 2 所示. 每个子胞的面积为 $h_B \times l_C$, 选取子胞的中心为原点建立局部坐标系($x_1, y_2^{(B)}, y_3^{(Q)}$).

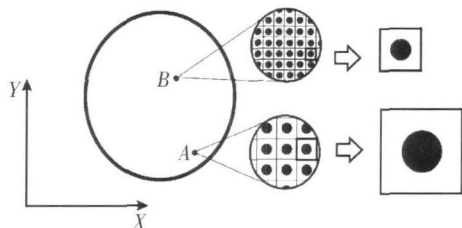


图 1 复合材料及其 RVE 示意图

Fig. 1 Sketch of composite and RVE

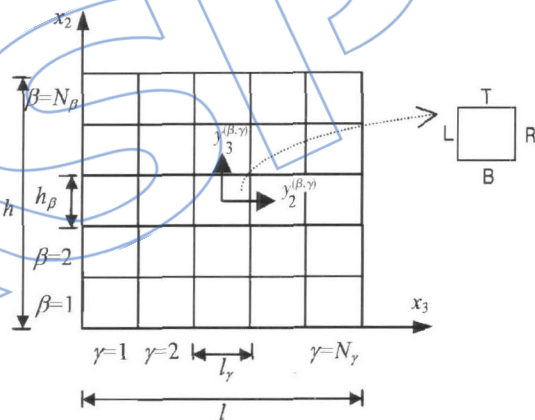


图 2 HFGMC 分析模型的子胞分布

Fig. 2 Mesh distribution of HFGMC

Aboudi^[13] 采用局部坐标的多项式来表示子胞内的位移

$$\begin{aligned} u_i^{(BQ)} = & \bar{E}_i x_i + W_{11}^{(BQ)} + \bar{y}_2^{(B)} W_{12}^{(BQ)} + \\ & \bar{y}_3^{(Q)} W_{13}^{(BQ)} + \frac{1}{2} \left[3(\bar{y}_2^{(B)})^2 - \frac{h_B^2}{4} \right] W_{14}^{(BQ)} + \\ & \frac{1}{2} \left[3(\bar{y}_3^{(Q)})^2 - \frac{l_C^2}{4} \right] W_{15}^{(BQ)} \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $\bar{E}_i$ 是宏观应变, x_i 是宏观坐标, $\bar{y}_i$ 是局部坐标, $W^{(BQ)}$ 是位移多项式的系数, 只要确定了它们就能确定整个位移场.

将(1)式代入几何方程得子胞的应变

$$\bar{E}_1^{(BQ)} = \bar{E}_1 \quad (2a)$$

$$\bar{E}_2^{(BQ)} = \bar{E}_2 + W_{22}^{(BQ)} + 3W_{24}^{(BQ)} \bar{y}_2^{(Q)} \quad (2b)$$

$$\bar{E}_3^{(BQ)} = \bar{E}_3 + W_{33}^{(BQ)} + 3W_{35}^{(BQ)} \bar{y}_3^{(Q)} \quad (2c)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_3^{(BQ)} &= \mathbf{E}_3 + \frac{1}{2} [\mathbf{W}_{23}^{(BQ)} + \mathbf{W}_{32}^{(BQ)}] + \\ &\frac{3}{2} \mathbf{W}_{34}^{(BQ)} y_2^{(Q)} + \frac{3}{2} \mathbf{W}_{25}^{(BQ)} y_3^{(Q)} \quad (2d) \end{aligned}$$

$$\mathbf{E}_3^{(BQ)} = \mathbf{E}_3 + \frac{1}{2} \mathbf{W}_{13}^{(BQ)} + \frac{3}{2} \mathbf{W}_{15}^{(BQ)} y_3^{(B)} \quad (2e)$$

$$\mathbf{E}_2^{(BQ)} = \mathbf{E}_2 + \frac{1}{2} \mathbf{W}_{12}^{(BQ)} + \frac{3}{2} \mathbf{W}_{14}^{(BQ)} y_2^{(Q)} \quad (2f)$$

假设子胞处于弹性状态,则子胞内的应力为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{ij}^{(BQ)} &= \mathbf{E}_{ijkl}^{(BQ)} \mathbf{E}_{kl}^{(BQ)} \\ (i, j, k, l &= 1, 2, 3) \quad (3) \end{aligned}$$

其中 $\mathbf{E}_{ijkl}^{(BQ)}$ 是子胞所在区域的弹性常数. 定义子胞边界的平均力

$$\bar{\mathbf{t}}_{i\#}^{(BQ)} = \frac{1}{L_{\#}} \mathbf{Q}_{\#} \mathbf{R}_{ji}^{(BQ)} n_j^{(BQ)} dl \quad (4)$$

其中 # 代表子胞上边界(T)、下边界(B)、右边界(R)和左边界(L)中的一条边界(见图2). n 是对应边界的法向量. $L_{\#}$ 是边界 # 的长度.

同理定义子胞边界的平均位移为

$$\bar{\mathbf{u}}_{i\#}^{(BQ)} = \frac{1}{L_{\#}} \mathbf{Q}_{\#} \tilde{\mathbf{u}}_i^{(BQ)} dl \quad (5)$$

其中 $\tilde{\mathbf{u}}_i^{(BQ)} = \mathbf{u}_i^{(BQ)} - \mathbf{E}_{ij} x_j$.

子胞内应力必须满足积分形式的平衡方程

$$\frac{1}{S^{(BQ)}} \mathbf{Q}_{BQ} \mathbf{R}_{ji} ds = 0 \quad (6)$$

其中 $S^{(BQ)}$ 是第 q 个子胞的面积, $\delta^{(BQ)}$ 是子胞(BQ)所占据的区域.

将公式(3)和(4)代入上式得

$$\mathbf{E}_{1212}^{(BQ)} \mathbf{W}^{(BQ)} \mathbf{W}_{14} + \mathbf{E}_{1313}^{(BQ)} \mathbf{W}_{15}^{(BQ)} = 0 \quad (7a)$$

$$\mathbf{E}_{2222}^{(BQ)} \mathbf{W}^{(BQ)} \mathbf{W}_{24} + 2\mathbf{E}_{2323}^{(BQ)} \mathbf{W}_{25}^{(BQ)} = 0 \quad (7b)$$

$$2\mathbf{E}_{2323}^{(BQ)} \mathbf{W}^{(BQ)} \mathbf{W}_{34} + \mathbf{E}_{3333}^{(BQ)} \mathbf{W}_{35}^{(BQ)} = 0 \quad (7c)$$

将(7)式和(1)式代入(5)式可得子胞边界平均位移和细观位移参数之间的关系

$$\tilde{\mathbf{W}}^{(BQ)} = \mathbf{N}_{wu}^{(BQ)} \# \bar{\mathbf{u}}^{(BQ)} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}}^{(BQ)} &= [\bar{\mathbf{u}}_1^{(BQ)} \bar{\mathbf{u}}_2^{(BQ)} \bar{\mathbf{u}}_3^{(BQ)}]^T \\ \bar{\mathbf{u}}_i^{(BQ)} &= [\bar{\mathbf{u}}_{iR}^{(BQ)} \bar{\mathbf{u}}_{iL}^{(BQ)} \bar{\mathbf{u}}_{iT}^{(BQ)} \bar{\mathbf{u}}_{iB}^{(BQ)}] \\ \tilde{\mathbf{W}}^{(BQ)} &= [\mathbf{W}_1^{(BQ)} \mathbf{W}_2^{(BQ)} \mathbf{W}_3^{(BQ)}]^T \end{aligned}$$

$$\mathbf{W}_i^{(BQ)} = [\mathbf{W}_{i2}^{(BQ)}, \mathbf{W}_{i3}^{(BQ)}, \mathbf{W}_{i4}^{(BQ)}, \mathbf{W}_{i5}^{(BQ)}]$$

$\mathbf{N}_{wu}^{(BQ)}$ 是一个 12@12 的矩阵.

将公式(2)和(3)代入(4)可得

$$\bar{\mathbf{t}}^{(BQ)} = \mathbf{N}_t^{(BQ)} \# \mathbf{W}^{(BQ)} + \mathbf{C}_t^{(BQ)} \# \mathbf{E} \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{t}}^{(BQ)} &= [\bar{\mathbf{t}}_1^{(BQ)} \bar{\mathbf{t}}_2^{(BQ)} \bar{\mathbf{t}}_3^{(BQ)}]^T \\ \bar{\mathbf{t}}_i^{(BQ)} &= [\bar{\mathbf{t}}_{iR}^{(BQ)}, \bar{\mathbf{t}}_{iL}^{(BQ)}, \bar{\mathbf{t}}_{iT}^{(BQ)}, \bar{\mathbf{t}}_{iB}^{(BQ)}] \end{aligned}$$

$$\mathbf{E} = [\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \mathbf{E}_3, \mathbf{E}_3, \mathbf{E}_2]^T$$

$\mathbf{N}_t^{(BQ)}$ 和 $\mathbf{C}_t^{(BQ)}$ 分别是 12@12 和 12@6 的矩阵.

将公式(8)代入(9)消去 $\tilde{\mathbf{W}}$ 可得 $\bar{\mathbf{t}}^{(BQ)}$ 与 $\bar{\mathbf{u}}^{(BQ)}$ 以及宏观应变 $\mathbf{E}$ 的关系

$$\bar{\mathbf{t}}^{(BQ)} = \mathbf{K}_{tu}^{(BQ)} \# \bar{\mathbf{u}}^{(BQ)} + \mathbf{C}_t^{(BQ)} \# \mathbf{E} \quad (10)$$

其中 $\mathbf{K}_{tu}^{(BQ)} = \mathbf{N}_t^{(BQ)} \# \mathbf{N}_{wu}^{(BQ)}$. $\mathbf{K}_{tu}^{(BQ)}$ 和 $\mathbf{C}_t^{(BQ)}$ 都是只与子胞的材料常数以及子胞尺寸相关的矩阵.

子胞边界还需要满足如下连续条件:

1) 位移连续条件: 位移场在子胞边界上要满足平均位移的连续条件和代表体元边界上的周期条件, 表示成子胞边界平均位移的形式为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}}_{iR}^{(BQ)} &= \bar{\mathbf{u}}_{iL}^{(BQ)}, \bar{\mathbf{u}}_{iT}^{(BQ)} = \bar{\mathbf{u}}_{iB}^{(BQ)}, \\ (i &= 1, 2, 3) \quad (11) \end{aligned}$$

这里 $\mathbf{B}, \mathbf{C}$ 定义为

$$\mathbf{B} = \begin{cases} \mathbf{B}^+ & 1, \mathbf{B} < \mathbf{N}_B \\ 1, & \mathbf{B} = \mathbf{N}_B \end{cases}, \quad \mathbf{C} = \begin{cases} \mathbf{C}^+ & 1, \mathbf{C} < \mathbf{N}_C \\ 1, & \mathbf{C} = \mathbf{N}_C \end{cases}$$

2) 子胞边界力平衡条件: 应力场要满足子胞边界上平均力平衡和代表体元边界上的周期条件, 表示成子胞边界平均位移的形式为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{t}}_{iR}^{(BQ)} &= -\bar{\mathbf{t}}_{iL}^{(BQ)}, \bar{\mathbf{t}}_{iT}^{(BQ)} = -\bar{\mathbf{t}}_{iB}^{(BQ)}, \\ (i &= 1, 2, 3) \quad (12) \end{aligned}$$

将(9)式代入(11)和(12)式并求解, 就能得到所有子胞的平均边界位移 $\bar{\mathbf{u}}^{(BQ)}$. 在利用(7)式和(8)式就能计算所有子胞的细观位移参数 $\mathbf{W}^{(BQ)}$. 将 $\mathbf{W}^{(BQ)}$ 代入子胞位移模式中, 并利用几何方程和物理方程, 我们能够计算出 RVE 内的应变场和应力场. 最后对应力进行体积平均, 即

$$\bar{\mathbf{R}} = \frac{1}{S} \mathbf{Q}_{BQ} \mathbf{R}_i dv \quad (13)$$

就能得到宏观应力. 由于 $\mathbf{R}_i$ 是宏观应变 $\mathbf{E}$ 与坐标 y_i 的函数. 因此由(13)式得 $\bar{\mathbf{R}}$ 与 $\mathbf{E}_j$ 的关系, 即复合材料的宏观本构方程

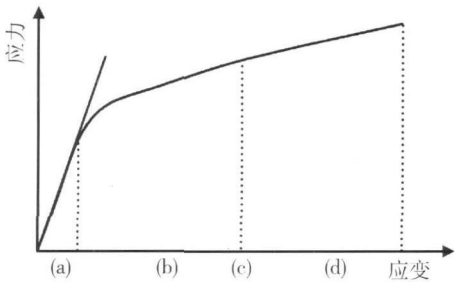
$$\bar{\mathbf{R}} = \bar{\mathbf{E}}_{ijkl} \mathbf{E}_{kl} \quad (14)$$

其中 $\bar{\mathbf{E}}_{ijkl}$ 是复合材料的宏观弹性常数.

3 基于 HFGMC 的 CMCs 宏细观统一本构模型

图3是典型的 CMCs 应力应变曲线. 当 CMCs 承受拉伸载荷时, 初始阶段由于载荷水平较低, 材料呈现线弹性特性. 这一阶段的应力应变曲线如图3(a). 随着载荷的增大, 初始缺陷发生扩展、连接, 很快发展成为垂直于纤维的长裂纹. 这些裂纹大致呈等间距分布, 裂纹间距为 $L^{[15]}$. 当裂纹遇到纤维的时候, 在裂纹尖端应力场作用下纤维基体发生剥离, 导致纤维部分脱粘, 脱粘长

度为 D 。由于纤维的强度比较高,脱粘后的纤维继续传递裂纹面上的载荷,于是形成纤维桥联。载荷继续增大,不断形成新的基体裂纹,同时纤维脱粘长度也在增加。当纤维完全脱粘时,纤维无法将更多的载荷传递给基体,基体不再形成新的裂纹。这一状态称为饱和。达到饱和状态后,纤维开始发生断裂。断裂后的纤维从基体中拔出。随着载荷的增大,越来越多的纤维发生断裂,最后材料完全失效。



(a) 弹性区; (b) 基体开裂, 纤维脱粘;
(c) 界面完全脱粘; (d) 纤维断裂

图 3 CMCs 应力应变曲线示意图

Fig. 3 Global stresses/strains curve of CMCs and the relative damage mechanisms

上述 CMCs 在拉伸过程中细观结构的损伤过程可采用图 4 中各结构来模拟。图中灰色部分表示纤维,白色部分代表基体。

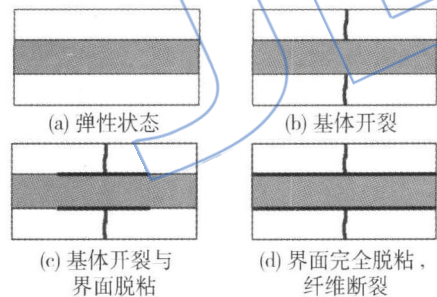


图 4 陶瓷基复合材料在拉伸过程中各个状态下的代表体元示意图

Fig. 4 Sketches of RVE at each stage

1) 图 4 中的(a)对应于图 3 中的(a),这一阶段材料处于弹性状态,内部无损伤。应用 HFGMC 模型计算图 4(a)轴向弹性模量与图 3(a)的斜率相等。

2) 当载荷达到复合材料临界应力 R_r , 根据临界基体应变能准则(Critical matrix stiffness energy, 简称 CMSE)^[15], 此刻的基体裂纹间距为初始裂纹间距 L_{init} , RVE 中基体的应变能为临界基

体应变能 U_{α} 。这一阶段对应图 3(a)与(b)的分界线,其 RVE 如图 4(b)所示。通过 HFGMC 模型可建立基体应变能 U_m 与 RVE 长度 L 之间的关系。根据 CMSE 准则,式(15)的解为初始裂纹间距 L_{init}

$$\frac{U_m(L, R_r)}{U_{m0}(L, R_r)} = R_{uu} \tag{15}$$

式中 U_{m0} 为无损状态下的基体应变能, R_{uu} 为设定的比率,一般取 0.95~0.99 之间。确定了 L_{init} 之后由 HFGMC 模型可计算 U_{α} 。

3) 载荷超过 R_r 后,材料基体开裂与界面脱粘同时发生,对应图 3 中的(b)区。基体裂纹间距满足 CMSE 准则,而界面脱粘满足最大剪应力准则。材料的细观结构用图 4(c)来模拟,通过 HFGMC 可建立基体应变能 U_m , S_{max} 与 RVE 长度 L 、脱粘长度 D 以及宏观应变 E 的函数关系。由方程组(16)可确定不同应变下的 L 和 D 。

$$\begin{cases} U_m(L, D, E) - U_{\alpha} = 0 \\ S_{max}(L, D, E) - S_{it} = 0 \end{cases} \tag{16}$$

式中 S_{max} 是沿界面的剪应力最大值, S_{it} 是界面强度。

4) 当载荷接近图 3(c) 时,脱粘长度 D 接近 $L/2$, 基体完全失去作用,其细观结构如图 4(d)。载荷主要依靠纤维来传递,因此材料的性能由纤维的行为决定。假设纤维强度满足 Weibull 准则^[16],纤维失效百分比 D_f 与纤维应力 R 之间存在如下关系:

$$D_f = 1 - \frac{1}{\exp\left[\left(\frac{R}{R_0}\right)^m\right]} \tag{17}$$

其中 m 和 R_0 是纤维的性能参数。这一阶段材料的弹性模量由下式计算

$$E_c = E_f v_f (1 - D_f) \tag{18}$$

其中 v_f 是纤维的体积百分含量。

4 算例分析

应用 CMCs 的宏细观统一本构模型,预测 SiC/CAS 在拉伸载荷下的宏观应力应变曲线。材料的基本性能参数见表 1^[17]。

表 1 SiC/CAS 的材料参数

Table 1 Material parameters of SiC/CAS system					
参数	数值	参数	数值	参数	数值
E_f /GPa	139	E_m /GPa	120.5	S_{it} /MPa	220
L_r	0.2	L_m	0.25	R_r /MPa	220
v_f	0.38	R_f/L_m	7.5	m	2.0

弹性阶段, 复合材料弹性模量 E_c 为 127.5 GPa. 当载荷达到 R_r 时材料的应变为 0.173%. 采用(15)式计算初始裂纹间距, $L_{ini} = 2.13\text{ mm}$. 临界基体应变能 $U_\alpha = 1.06 \times 10^{-9}\text{ J}$. 当应变大于 11.73%, 界面发生脱粘, 且脱粘长度迅速增大. 这使得应力应变曲线发生较大的偏转. 材料的非线性特性十分明显. 当应变达到 0.28%, 脱粘长度为 0.955 mm, RVE 长度为 2.08 mm, 脱粘长度十分接近 RVE 长度的一半, 说明界面已经完全脱粘. 此后, 纤维开始发生断裂, 纤维强度满足 Weibull 分布. 瞬时复合材料弹性模量采用式(18)计算.

应力应变曲线采用如下公式计算:

$$R^n = R_r^n + E_c^n (E^n - E_r^n) \tag{19}$$

($n = 1, 2, 3, \dots$)

其中 $R_r = R_r$, $E_r^n = R_r^n / E_c^n$. E_c^n 是弹性状态下材料的弹性模量, E^n 是每个载荷点的瞬时弹性模量, 由 HFGMC 模型计算得.

预测结果见图 4, 从图中可以看出采用本文模型的预测结果与实验结果非常吻合.

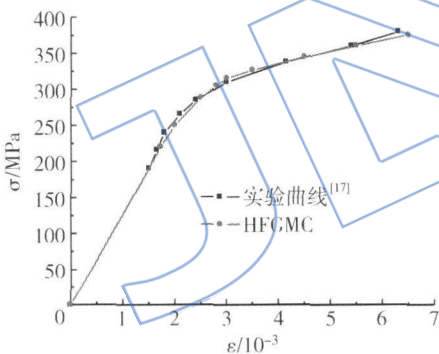


图 5 SiC/CAS 应力应变曲线

Fig. 5 Global stresses and strains curve of SiC/CAS system

5 小 结

基于高精度通用单胞模型(HFGMC)建立了陶瓷基复合材料(CMCs)的宏细观统一本构模型. 该模型综合考虑了影响 CMCs 宏观力学性能的各种影响因素. 不仅能准确地预测 CMCs 在拉伸载荷下的宏观力学响应, 还能模拟材料细观结构的演化过程, 从细观层次揭示了陶瓷基复合材料损伤破坏的机理. 本文模型为 CMCs 强度分析提供了一个有效的手段.

参考文献:

[1] Aboudi J. Mechanics of composite materials a unified micromechanical approach [M]. Elsevier: Amsterdam, 1991.

[2] Paley M, Aboudi J. Micromechanical analysis of composite by the generalized method of cell model [J]. Mech. Mater, 1992, 14: 127-139.

[3] 雷友锋, 宋迎东, 高德平. 纤维增强金属基复合材料弹塑性行为分析[J]. 机械科学与技术, 2003, 22 (6): 982-985. LEI Youfeng; SONG Yingdong, GAO Deping. Analysis of elastoplastic behavior of fiber reinforced metal matrix composites[J]. Mechanical Science and Technology, 2003, 22 (6): 982-985. (in Chinese)

[4] 宋迎东, 雷友锋, 孙志刚, 等. 一种新的纤维增强复合材料细观力学模型[J]. 南京航空航天大学学报, 2003, 35 (4): 432-440. SONG Yingdong, LEI Youfeng, SUN Zhigang et al. A new micromechanics model for fibrous composite [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 35 (4): 432-440. (in Chinese)

[5] 雷友锋, 宋迎东, 高德平. 纤维增强金属基复合材料细观几何结构对宏观弹性性能的影响[J]. 宇航材料工艺, 2003, (1): 43-48. LEI Youfeng, SONG Yingdong, GAO Deping. Influence of microstructural geometry on elastic properties of fiber reinforced metal matrix composites [J]. Aerospace Materials & Technology, 2003, (1): 43-48. (in Chinese)

[6] 孙志刚, 宋迎东, 高德平. 考虑界面时细观几何结构对复合材料力学性能的影响[J]. 材料科学与工程学报, 2004, 22 (4): 482-494. SUN Zhigang, SONG Yingdong, GAO Deping. Influence of microstructural geometry and interface on composite's mechanical behavior [J]. Journal of Materials Science and Engineering, 2004, 22(4): 482-494. (in Chinese)

[7] 孙志刚, 宋迎东, 高希光, 等. 细观结构对复合材料热膨胀系数的影响研究 [J]. 应用力学学报, 2004, 21 (2): 142-150. SUN Zhigang, SONG Yingdong, GAO Xiguang. Influence of microstructural geometry on thermal expansion coefficient of composites [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2004, 21(2): 142-150. (in Chinese)

[8] 宋迎东, 孙志刚, 雷友锋, 等. 细观几何结构对复合材料初始屈服面的影响[J]. 航空动力学报, 2003, 19 (6): 742-754. SONG Yingdong, SUN Zhigang, LEI Youfeng, et al., Influence of microstructural geometry on composite initial yielding surfaces[J]. Journal of Aerospace Power, 2003, 19 (6): 742-754. (in Chinese)

[9] 高希光, 宋迎东, 孙志刚. 纤维尺寸随机引起的复合材料性能分散性研究[J]. 材料科学与工程学报, 2005, 23 (3): 332-340. GAO Xiguang, SONG Yingdong, SUN Zhigang. Re-

- search on variation of effective performances of composites induced by the stochastic fiber size[J]. Journal of Materials Science and Engineering, 2005, 23 (3): 3352340. (in Chinese)
- [10] 宋迎东, 孙志刚, 高希光. 纤维增强复合材料有效性能分散性[J]. 航空动力学报, 2004, 20 (2): 2302235.
SONG Yingdong, SUN Zhigang, GAO Xiguang. Research on discrepancy of fiber reinforced composite effective performance [J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 20 (2): 2302235.
- [11] 高希光, 宋迎东, 孙志刚. 纤维位置随机引起的复合材料性能分散性研究[J]. 航空动力学报, 2005, 20 (4): 5842589.
GAO Xiguang, SONG Yingdong, SUN Zhigang. Research on the discrepancy of composite effective properties induced by the stochastic fiber location[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20 (4): 5842589. (in Chinese)
- [12] Wilt T E, Arnold S M. Micromechanics analysis (MAC) user guide: Version 1.0 [R]. NASA TM 106706, 1994.
- [13] Aboudi J, Pindera M J, Arnold S M. High order theory for functionally graded materials [J]. Composites Part B, 1999, 33 (8): 7772832.
- [14] Bansal Y. Finite volume direct averaging micromechanics of heterogeneous media [D]. Virginia, American: The Faculty of the School of Engineering and Applied Science University of Virginia, 2005.
- [15] Solti J P, Mall S, Robertson D D. Modeling damage in unidirectional ceramic matrix composite [J]. Composite Science and Technology, 1995, 54: 55266.
- [16] Curtin W A. Exact theory of fiber fragmentation in a single filament composite [J]. Journal of Material Science, 1991, 26: 523925253.
- [17] Kuo W S. Damage of multidirectionally reinforced ceramic matrix composite [D]. Newark, American: Department of Mechanical Engineering, University of Delaware, 1992.